

— atlas —
commission commissie

ATLAS NUMÉRIQUE DE
BELGIQUE

Systemes géodésiques et
projections « Lambert belge »

Dossiers « Cartographie »

Atlas numérique de Belgique

Dossiers « Cartographie »

Titre	Systèmes géodésiques et projections « Lambert belge »			
Version	0.1			
Auteur	Jean-Paul DONNAY			
Date	Mai 2012			
Lieu	Liège			
Langues	FR	NL	DE	EN
Traductions	Original	-	-	-

Pour contacter l'auteur :

Unité de Géomatique de l'Université de Liège
17 Allée du 6 Août (B5a) 4000 Liège, Belgique
jp.donnay@ulg.ac.be

Table des matières

1	Introduction.....	2
1.1	Coordonnées cartographiques.....	2
1.2	Coordonnées géographiques.....	2
1.3	Géoïde.....	3
2	Systèmes géodésiques locaux.....	3
2.1	Ellipsoïdes locaux.....	3
2.2	Déviatiion de la verticale	4
2.3	Réseau géodésique.....	5
2.4	Système géodésique belge « BD72 ».....	5
2.5	Système géodésique européen « ED50 ».....	6
3	Systèmes géodésiques globaux.....	6
3.1	Ellipsoïdes globaux.....	6
3.2	Systèmes géodésiques spatiaux.....	7
3.2.1	ITRS.....	7
3.2.2	ETRS89.....	8
3.2.3	WGS84.....	8
3.3	Système géodésique belge « BEREF »	9
4	Projections « Lambert belge ».....	9
4.1	Choix d'une projection conforme.....	9
4.2	Caractéristiques générales des projections coniques.....	10
4.3	Projection conique conforme de Lambert à deux parallèles sécants.....	11
4.4	Lambert belge 1950.....	12
4.5	Lambert belge 1972.....	12
4.6	Lambert belge 2008.....	13
5	Conclusion.....	14

Systèmes géodésiques et projections « Lambert belge »

Jean-Paul DONNAY

Unité de Géomatique – Université de Liège

1 Introduction

1.1 Coordonnées cartographiques

L'opération de projection cartographique consiste à transformer la position des points d'une partie ou de la totalité de la surface terrestre, exprimée par une longitude et une latitude, en coordonnées planes, soit une abscisse et une ordonnée (figure 1). Après projection, les coordonnées cartographiques d'un point sont exprimées en unités de terrain, par exemple en kilomètres, le long de deux axes perpendiculaires formant le plan de projection et se croisant en une origine correspondant, dans l'absolu, au centre de projection.

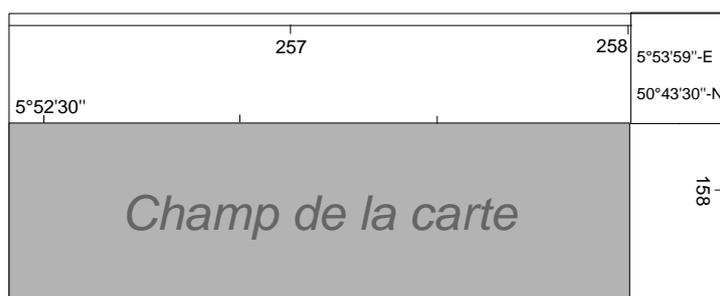


Figure 1. Amorce coordonnées d'une carte topographique : les coordonnées cartographiques, ici exprimées en km Lambert belge 1972, apparaissent sur le bord extérieur du cadre, tandis que les coordonnées géographiques, graduées de 30" en 30" dans le système géodésique ED50, apparaissent sur l'orle du cadre.

Une première difficulté vient du fait qu'un point à la surface de la Terre ne correspond pas à un couple unique de coordonnées de longitude et latitude...

1.2 Coordonnées géographiques

Il est bien connu que la position d'un point à la surface de la Terre est traditionnellement exprimée par un couple de coordonnées géographiques intitulées longitude et latitude (figure 1). La latitude (φ) est l'angle fait par le plan de l'équateur et la verticale à la surface terrestre passant par le lieu d'observation. La longitude (λ), quant à elle, vaut l'angle fait par le plan contenant la verticale à la surface au lieu d'observation et l'axe des pôles, appelé plan méridien du lieu, et un plan méridien de référence (λ_0). La latitude se mesure donc dans le plan méridien du lieu et varie de 0° à l'équateur, à $+90^\circ$ au pôle nord et -90° au pôle sud. La longitude se mesure dans le plan de l'équateur, de part et d'autre du méridien de Greenwich considéré comme plan méridien de référence, de 0° à $+180^\circ$ vers l'est, et de 0° à -180° vers l'ouest (figure 2).

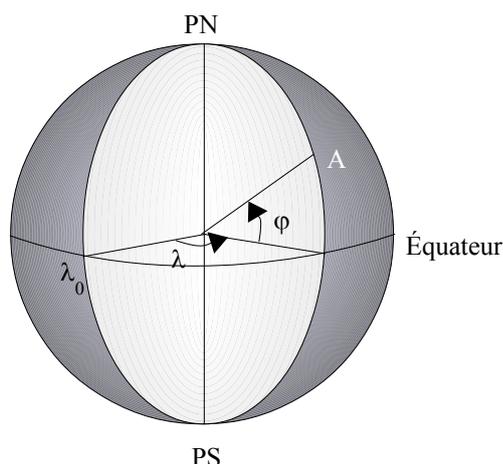


Figure 2. Latitude φ et longitude λ d'un point A à la surface de la Terre considérée comme sphérique.

1.3 Géoïde

Si la Terre était sphérique, il existerait une relation biunivoque entre la position d'un point sur sa surface et un couple de coordonnées géographiques, soit une longitude et une latitude. Mais la forme de la Terre est beaucoup plus complexe. On l'assimile au géoïde, une surface abstraite présentant partout la même valeur de gravité terrestre, correspondant à celle mesurée à la surface des mers.

Vis-à-vis du géoïde, la verticale d'un point à la surface terrestre est donnée par la direction du fil à plomb au lieu d'observation. Les coordonnées, qui font précisément intervenir la verticale au géoïde, correspondent aux coordonnées astronomiques des points de la surface terrestre. Le centre du géoïde, lui, correspond au centre des masses de la Terre, vers lequel sont censées converger toutes les verticales. Mais le géoïde n'a pas une forme régulière et présente des ondulations d'une amplitude de quelques dizaines à quelques centaines de mètres. Sa détermination partout à la surface de la Terre n'a été rendue possible qu'avec l'avènement de la géodésie spatiale utilisant des mesures faites par satellites. De plus, par l'effet de la tectonique des plaques (la « dérive des continents »), la répartition des masses change de façon continue et, ipso facto, la forme du géoïde et la position du centre des masses.

2 Systèmes géodésiques locaux

2.1 Ellipsoïdes locaux

La forme régulière la plus simple qui s'approche de la forme du géoïde est celle d'un ellipsoïde de révolution, c'est-à-dire le volume engendré par une ellipse tournant autour de son petit axe, correspondant dans le cas terrestre à l'axe des pôles. On note que l'intersection de l'ellipsoïde par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation reste un cercle. L'équateur et les parallèles de latitude sont donc des cercles comme sur la sphère.

Depuis le début du XIX^e siècle, on s'efforce d'améliorer la mesure de ses dimensions (son demi-grand axe, soit le rayon équatorial, et son demi-petit axe, soit le demi-axe des pôles), en procédant à des campagnes de terrain faisant intervenir des mesures de gravimétrie et de coordonnées

astronomiques. Plusieurs ellipsoïdes de référence ont ainsi été proposés, qui s'ajustent plus ou moins bien à la forme du géoïde sur telle ou telle partie de sa surface (un continent par exemple). En 1909, J.F. Hayford (1868-1925) a proposé un ellipsoïde susceptible de s'ajuster assez correctement à l'ensemble de la surface terrestre. Il a été désigné comme ellipsoïde international en 1924.

Demi-grand axe (a)	6.378.388 m
Demi-petit axe (b)	6.356.911,946 m
Coefficient d'aplatissement $f = (a-b)/a$	1/297

Tableau 1. Paramètres généraux de l'ellipsoïde de Hayford 1909 (ou International 1924).

Entre-temps, les agences responsables de la cartographie officielle ont sélectionné l'ellipsoïde s'ajustant le mieux à la région qu'elles avaient à cartographier. Or si les ellipsoïdes diffèrent par leurs dimensions, la longueur d'un degré de longitude ou de latitude change selon l'ellipsoïde. Les grands cercles de référence (équateur et plan méridien de Greenwich) étant fixés, ce sont les coordonnées géodésiques des points à la surface de la Terre qui sont modifiées avec un changement d'ellipsoïde (figure 3). Un même point à la surface de la Terre a donc autant de coordonnées géodésiques différentes qu'il existe d'ellipsoïdes de référence.

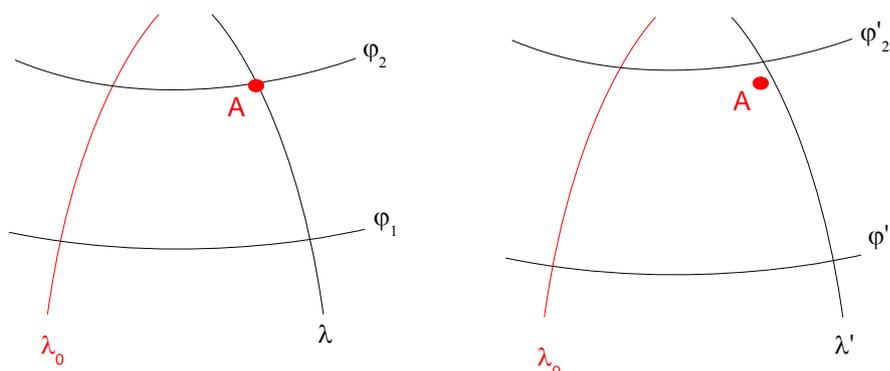


Figure 3. Deux ellipsoïdes différant par leurs dimensions provoquent un changement des coordonnées géodésiques du point A.

2.2 Déviation de la verticale

Le fait de choisir un ellipsoïde de référence ne résout pas toutes les ambiguïtés d'une opération de projection cartographique. Les mesures de longitude et latitude font intervenir la perpendiculaire à la surface terrestre au lieu d'observation.

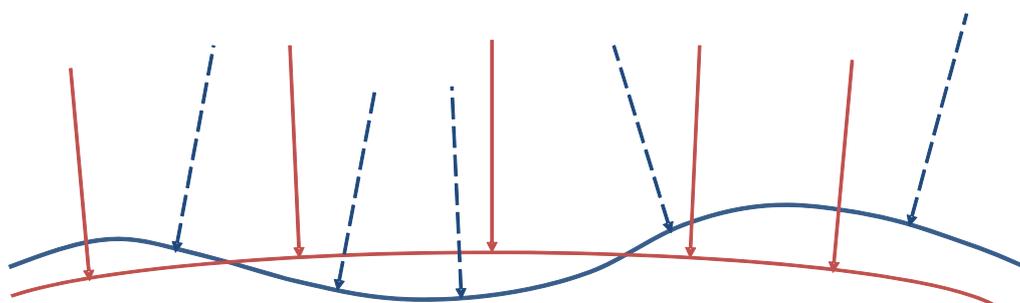


Figure 4. Illustration de la déviation de la verticale.

Traits continus rouges : les normales à l'ellipsoïde ; tiretés bleus : les verticales aux ondulations du géoïde.

Or, sauf cas fortuit, la perpendiculaire à l'ellipsoïde en un point de la surface terrestre, appelée normale, ne correspond pas à la direction de la perpendiculaire au géoïde en ce point, appelée verticale (figure 4). Pour réduire cette différence d'angle, qualifiée de déviation de la verticale, on procède à un déplacement de l'ellipsoïde. Par translations et rotations le long et autour de ses trois axes (x et y dans le plan de l'équateur et z le long de l'axe des pôles de l'ellipsoïde), on amène l'ellipsoïde en position tangente au géoïde au centre du territoire à cartographier (figure 5). En ce point, qualifié de point fondamental, on peut considérer que désormais la verticale au géoïde et la normale à l'ellipsoïde coïncident et, par conséquent, que ce point présente les mêmes coordonnées astronomiques (Φ vis-à-vis du géoïde) et géodésiques (φ vis-à-vis de l'ellipsoïde).

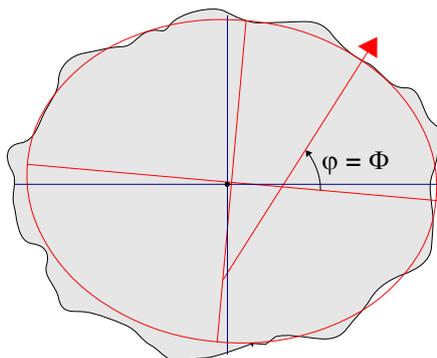


Figure 5. Translations et rotations d'un ellipsoïde local (en rouge) de telle sorte que la latitude géodésique φ coïncide avec la latitude astronomique Φ au point fondamental (point de tangence).

2.3 Réseau géodésique

À partir de ce point, il est possible de construire un réseau géodésique couvrant tout le territoire à cartographier, en procédant par triangulation géodésique, au report de proche en proche des coordonnées géodésiques des points du territoire. Si le territoire est vaste, la déviation de la verticale risque de se manifester de nouveau lorsque l'on s'éloigne du point fondamental, et il est nécessaire de « rapprocher » l'ellipsoïde du géoïde par des mesures complémentaires.

Le choix du point fondamental, la sélection et l'orientation de l'ellipsoïde de référence, la matérialisation du réseau géodésique et les éventuelles corrections complémentaires de la verticale déterminent, ensemble, un système géodésique planimétrique (« datum » selon la terminologie anglo-saxonne) qualifié de local dans la mesure où il n'a de sens que pour le territoire qu'il couvre. De tout ce qui précède, il doit être clair que les coordonnées d'un même point diffèrent selon les systèmes géodésiques considérés. Ainsi, un point situé sur la frontière belgo-française présente des coordonnées géodésiques distinctes selon que l'on considère le système géodésique belge ou français.

2.4 Système géodésique belge « BD72 »

La Seconde Guerre mondiale avait fait apparaître la nécessité de rénover complètement les systèmes géodésique (ellipsoïde de Delambre) et cartographique (projection de Bonne) utilisés jusque-là par l'Institut Géographique Militaire (I.G.M.) belge. Dans l'immédiat après-guerre, un nouveau réseau géodésique est rapidement mis en place et une nouvelle projection cartographique est choisie pour l'élaboration des cartes topographiques (Marchant 1950). Le système géodésique utilise l'ellipsoïde de Hayford, dit International 1924, et le point fondamental est fixé à l'Observatoire de Bruxelles. Une première triangulation du territoire permet d'obtenir dès 1950 un réseau suffisant pour l'élaboration de cartes à l'échelle de base de 1:25.000.

Mais le réseau de référence d'alors, parfois appelé *Belgium Datum 1950*, n'a pas la qualité requise pour des opérations topographiques de précision. De nouvelles observations sont réalisées qui conduiront, après une compensation globale, au système de référence de 1972 appelé *Belgium Datum 1972* ou BD72 (I.G.N. 1989).

Ellipsoïde	International 1924
Latitude du point fondamental BD50	50° 39' 43,062" N
Longitude du point fondamental BD50	4° 22' 04,71" E
Latitude du point fondamental BD72	50° 47' 57,704" N
Longitude du point fondamental BD72	4° 21' 24,983" E
Longitude corrigée du méridien central BD72 *	4° 22' 02,952" E

Tableau 2. Paramètres principaux des systèmes géodésiques BD50 et BD72.

* Correction introduite pour conserver les formules de la projection Lambert conique conforme sécante malgré le changement de point fondamental intervenu entre 1950 et 1972.

Entre-temps, la position du point fondamental a changé (Observatoire Royal à Uccle), mais, vis-à-vis des cartes, il est possible de contourner la difficulté en modifiant légèrement les paramètres de la projection (tableau 2). Le *Belgium Datum 1972* est resté le système officiel jusqu'à la fin des années 2000, de sorte qu'il est mentionné sur la toute grande majorité des cartes topographiques publiées.

2.5 Système géodésique européen « ED50 »

Les applications transfrontalières ne peuvent se satisfaire de réseaux géodésiques locaux limités aux territoires nationaux. C'est particulièrement vrai pour les applications militaires. Dès le début de la « guerre froide », plusieurs pays européens soutenus par l'OTAN ont mis en place un système de référence commun, conçu comme un système local mais étendu au territoire européen. Le système repose sur l'ellipsoïde de Hayford et a son point fondamental à Postdam. Il utilise les réseaux de triangulation de premier ordre des systèmes géodésiques nationaux participants. Appelé *European Datum 1950*, ou ED50, le système est régulièrement amélioré par l'adjonction d'observations complémentaires jusqu'à la fin des années 1980. Les amorces coordonnées de longitude et latitude figurant sur le cadre des cartes topographiques des pays concernés sont exprimées selon le référentiel ED50, indépendamment du système géodésique effectivement utilisé pour l'élaboration des cartes. Cela permet de lire les coordonnées des points des cartes dans un système géodésique de référence unique. Remplacé aujourd'hui par les systèmes géodésiques globaux issus de la géodésie spatiale, il reste néanmoins inscrit sur les cartes topographiques belges actuelles à 1:10.000 et 1:20.000 (voir figure 1), où il est mentionné comme « Réseau géodésique européen unifié 1951 ».

3 Systèmes géodésiques globaux

3.1 Ellipsoïdes globaux

À l'heure des satellites, il peut paraître désuet de manipuler des systèmes géodésiques locaux et, n'était le capital investi, il y a longtemps qu'ils seraient relégués à un chapitre de l'histoire des sciences. Depuis les années 1970, en effet, la géodésie spatiale a permis d'affiner la forme du géoïde et la répartition des masses de la Terre. Les multiples satellites destinés à cette mission suivent leur évolution spatiale et temporelle, et autorisent aujourd'hui la définition de systèmes géodésiques spatiaux ou globaux. Un ellipsoïde global peut être ajusté à l'ensemble de la surface du géoïde,

malgré des écarts de l'ordre de ± 100 m dus aux ondulations du géoïde, et centré sur le centre des masses de la Terre.

En 1979, la XVII^e assemblée générale de l'Union internationale de géodésie et de géophysique (I.U.G.G. 1979) a ainsi adopté l'ellipsoïde GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*). Ce dernier a lui-même servi de base pour la définition, par le département américain de la défense, du WGS84 (*World Geodetic System 1984*) utilisé par le système de positionnement par satellites NAVSTAR GPS.

	GRS80	WGS84
Demi-grand axe (a)	6.378.137 m	6.378.137 m
Coefficient d'aplatissement (f)	1/298,257222101	1/298,257223563

Tableau 3. Paramètres généraux de deux ellipsoïdes globaux.

3.2 Systèmes géodésiques spatiaux

Dès le moment où le centre des masses de la Terre (incluant celles des océans et de l'atmosphère) peut être déterminé avec précision, il est aisé d'imaginer un référentiel formé de trois axes perpendiculaires entre eux et se croisant au centre des masses choisi pour origine commune. Deux axes perpendiculaires entre-eux s'inscrivent dans le plan de l'équateur, tandis que le troisième correspond à la direction des pôles (figure 6). Un point peut dès lors être localisé par un triplet de coordonnées cartésiennes (X, Y, Z), qu'il soit en-dessous, au-dessus ou sur la surface terrestre. C'est sur ce principe que sont constitués les systèmes terrestres de référence (TRS pour *Terrestrial Reference Systems*).

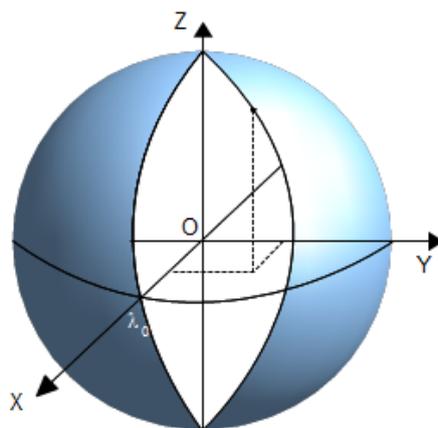


Figure 6. Système géocentrique tri-rectangulaire de coordonnées.

3.2.1 ITRS

L'Union internationale de géodésie et de géophysique a ainsi adopté la définition d'un système de référence international (ITRS, avec I pour *International*) fixant les méthodes, conventions, algorithmes et constantes nécessaires à sa réalisation. Les coordonnées de quelque 800 stations réparties sur environ 500 sites tout autour de la Terre sont calculées grâce aux mesures réalisées selon plusieurs techniques de géodésie spatiale (dont le GPS), et forment un réseau de référence répondant aux conditions de l'ITRS. La forme de la Terre change constamment, de sorte que les positions des points du réseau sont régulièrement recalculées depuis 1988. Ce réseau est intitulé ITRF (F pour *Frame*) et son identification est complétée par le millésime des dernières données

utilisées pour sa réalisation (Petit et Luzum 2010).

3.2.2 ETRS89

Pour les besoins courants, en particulier ceux de la cartographie, disposer d'un système de référence dont les coordonnées changent régulièrement suite à la tectonique des plaques n'est guère commode. Pourtant, les points situés sur une même plaque subissent le même déplacement, de sorte que, mis à part des accidents locaux, on peut considérer qu'ils conservent les mêmes positions relatives. C'est sur base de ces considérations que la sous-commission de l'Association internationale de géodésie responsable de la détermination du système de référence pour l'Europe (EUREF) a imaginé la définition d'un système de référence terrestre stable, applicable à tous les pays de la plaque tectonique eurasiennne. Il est attaché à la réalisation de l'ITRS de 1989 (Boucher et Altamimi 1992). Le système, intitulé ETRS89 (avec E pour *European*), est désormais recommandé par l'Union Européenne pour tous les travaux de cartographie et de topographie, dans le cadre de la directive INSPIRE par exemple (INSPIRE 2009).

ETRS89 et ITRS diffèrent de plus en plus au cours du temps (en moyenne de 2,5 cm/an). Cependant, à chaque nouvelle réalisation d'un ITRF, les écarts à l'endroit des points du réseau matérialisant l'ETRS89 sont calculés et publiés. Ainsi, l'ETRF2000 correspond à la situation de l'ETRS89 vis-à-vis de la réalisation ITRF2000. On peut noter que le même procédé est appliqué aux autres grandes régions du monde calées sur une plaque tectonique. Par exemple le système NAD83 (*North American Datum 1983*) est associé à la plaque nord-américaine et utilisé pour les travaux cartographiques au Canada, au Mexique et aux USA (Craymer 2006).

Disposant d'un système géodésique global, tel que ETRS89, il est possible de déterminer les coordonnées géographiques des points à la surface du territoire considéré en utilisant un ellipsoïde global centré et orienté comme le système géodésique tri-rectangulaire. L'ellipsoïde GRS80 est ainsi associé aux systèmes géodésiques spatiaux les plus courants.

3.2.3 WGS84

Depuis le début de l'ère spatiale, le département de la défense américain a travaillé activement sur plusieurs systèmes géodésiques intitulés WGS (*World Geodetic Systems*). Si les premières mesures faites par satellites permettaient de proposer une amélioration de l'ellipsoïde (WGS60), la combinaison de plusieurs méthodes de mesures et l'amélioration des processus de calcul vont aussi conduire à des modèles de plus en plus précis du géoïde (WGS66, WGD72). Lors du démarrage du programme de positionnement par satellites NAVSTAR GPS, un nouveau système géodésique spatial a été mis au point (WGS84). Conçu d'une manière similaire à l'ITRS, il subit des améliorations régulières surtout dédiées aux calculs de précision des orbites des satellites (D.M.A. 1987). L'identification des réalisations successives est notée par un code. Ainsi, la réalisation WGS84 G1150 correspond presque parfaitement à la réalisation ITRF2000. C'est aussi pour des raisons de précision spécifique que l'ellipsoïde associé, initialement GRS80, a été remplacé par un ellipsoïde propre au système et identifié par le même sigle WGS84 (voir tableau 3).

En pratique, pour les applications courantes à la surface de la Terre, WGS84 diffère très peu des systèmes et ellipsoïdes globaux « civils ». Il faut noter que les amorces coordonnées des cartes topographiques belges à 1:50.000 et de la carte générale à 1:250.000 sont exprimées selon ce système géodésique WGS84.

3.3 Système géodésique belge « BEREFF »

Dès 1993, l'Institut Géographique National (I.G.N.) belge a commencé à participer au programme EUREF. En 2002, une campagne GPS menée en Belgique et dans les pays voisins a permis d'établir un réseau homogène de quelques dizaines de points localisés en coordonnées ETRS89 précises. Ce réseau s'appuie sur les stations permanentes du réseau européen (EPN pour *European Permanent Network*), situées tant sur le territoire belge (5 stations actuellement) que dans les pays limitrophes. La partie belge du réseau, intitulée BEREFF (*Belgian Reference Frame*), a permis de déterminer les coordonnées ETRS89 des quelque 4200 points géodésiques matérialisant le réseau géodésique belge. C'est désormais le système de référence pour tous les travaux de cartographie et de topographie nationaux et internationaux. L'ellipsoïde GRS80 est associé au réseau BEREFF et, ensemble, ils servent de base à la nouvelle projection Lambert belge 2008.

4 Projections « Lambert belge »

4.1 Choix d'une projection conforme

Comme on l'a déjà mentionné, dès la fin de la Seconde Guerre mondiale les systèmes de référence géodésique et cartographique belges allaient être complètement modifiés. La projection de Bonne (1727-1795) utilisée pour les cartes topographiques belges d'avant-guerre, malgré ses qualités intrinsèques (équivalente, c'est-à-dire respectant les superficies, ainsi qu'équidistante le long des parallèles et du méridien central), ne répond plus aux exigences techniques modernes (notamment de l'artillerie). Celles-ci réclament désormais la conformité de la projection, soit en première analyse le respect des angles : tout angle mesuré sur le terrain doit pouvoir être reporté directement sur la carte. Trois projections sont candidates qui présentent cette propriété, une pour chaque surface développable sur laquelle peut être projetée la surface terrestre (Snyder 1987; Donnay 1997).

1. La projection de Mercator (1512-1594), et ses déclinaisons tant en aspect direct qu'en aspect transverse vis-à-vis de l'ellipsoïde, correspond à une projection de la surface terrestre sur un cylindre. Elle est sans doute la plus célèbre, et sa version transverse universelle (UTM pour *Universal Transverse Mercator*) est largement utilisée de par le monde (D.M.A. 1989). Les coordonnées UTM figurent d'ailleurs en surimpression sur les cartes topographiques belges à 1:20.000 et 1:50.000, et la projection UTM est proposée par la Commission Européenne pour la cartographie à grande échelle dans le cadre de la directive INSPIRE (INSPIRE 2009)



Figure 7. Surface développable cylindrique tangente (ligne de tangence en rouge) en aspect direct (gauche, tangent à l'équateur) et transverse (droite, tangent à un méridien).

2. Comme l'avait déjà démontré Hipparque (190-120 av. J.-C.) la projection azimutale stéréographique, correspondant à une projection de la surface terrestre sur un plan tangent ou sécant, est également conforme. Pourvu que le plan soit judicieusement positionné et que

le territoire ne soit pas trop allongé dans l'une ou l'autre direction, cette projection s'avère pratique à divers égards. Elle a été retenue par plusieurs agences cartographiques, notamment en aspect direct pour les cartes des régions polaires (D.M.A. 1989) et en aspect oblique aux Pays-Bas (Strang van Hees 2006).

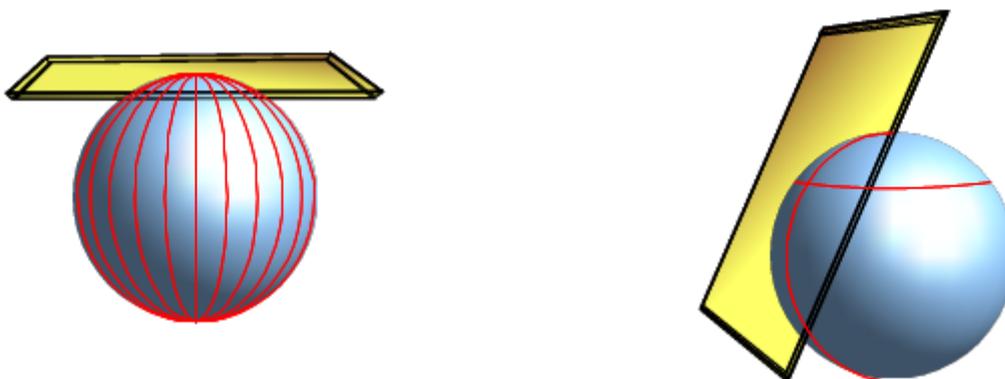


Figure 8. Surface azimutale tangente (lignes de tangence en rouge) en aspect direct (gauche, tangent à un pôle et aux méridiens) et oblique (droite, tangent à un méridien et un parallèle).

- Enfin, Lambert (1728-1777) a proposé, parmi beaucoup d'autres, une projection conforme sur un cône tangent ou sécant à la surface terrestre. Les projections coniques peuvent être considérées comme le cas général des projections, les cylindriques et azimutales correspondant à deux situations extrêmes des projections coniques. La projection conique conforme de Lambert est donc capable de répondre à de nombreuses situations quant à la forme et la position du territoire à projeter. Elle est particulièrement indiquée pour les territoires situés aux latitudes moyennes et présentant une extension marquée en longitude. Après la Seconde Guerre mondiale, l'I.G.N. belge, alors I.G.M., a sélectionné la projection conique conforme de Lambert pour la réalisation des cartes topographiques, comme l'avait d'ailleurs fait la France, selon des modalités un peu différentes, à la fin de la Première Guerre mondiale.



Figure 9. Surface développable conique en aspect direct, tangente (gauche, à un parallèle) et sécante (droite, à deux parallèles).

4.2 Caractéristiques générales des projections coniques

Les projections coniques s'appliquent traditionnellement dans le seul aspect direct, c'est-à-dire que l'axe du cône coïncide avec l'axe des pôles terrestres. Les images des méridiens sont les lignes directrices du cône, convergeant vers son sommet et ouvrant entre elles des angles inférieurs aux

différences de longitude des méridiens correspondants. Ainsi, une fois déployé dans le plan, le cône détermine un secteur circulaire inférieur à 360° pour figurer les 360° de variation de longitude (figure 10). Le facteur de réduction (constante de cône) est fonction de la latitude du parallèle tangent ou des parallèles sécants de la projection. Plus le ou les parallèles en question sont proches du pôle, plus le secteur circulaire formé par le déploiement du cône se rapproche de 360° (constante de cône plus proche de l'unité). À la limite, si le parallèle tangent est celui du pôle, on se retrouve dans le cas d'une projection azimutale : le cône est plat (constante de cône = 1) et les 360° de longitude sont représentés par un cercle complet dans le plan. Dans tous les cas, une fois le cône déployé dans le plan, les images des parallèles sont des arcs de cercles ayant le sommet du cône pour centre.

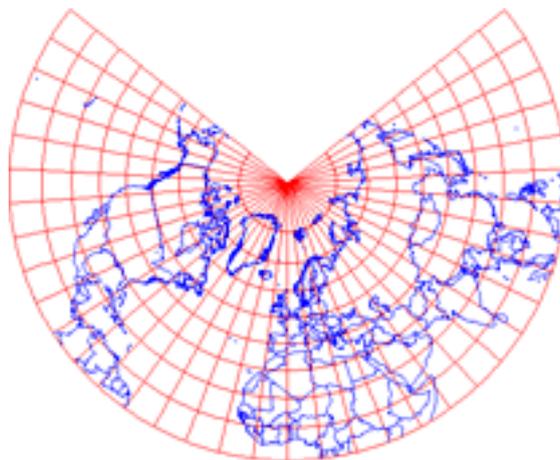


Figure 10. Projection de l'hémisphère nord selon la conique conforme de Lambert à deux parallèles sécants (30° N et 60° N), centrée sur le méridien de Greenwich (Donnay 1997),

4.3 Projection conique conforme de Lambert à deux parallèles sécants

La projection conique conforme de Lambert peut être appliquée selon deux modalités distinctes, tangente ou sécante (figure 10). Dans ce dernier cas, le choix de deux parallèles sécants, ou automécoïques, permet une meilleure répartition des altérations linéaires et de superficie sur tout le champ. Vis-à-vis du cas tangent, et pour un territoire identique, la projection sécante réduit aussi l'altération linéaire maximale absolue (typiquement d'un facteur 2 pour des cartes topographiques à grande échelle).

Les paramètres de la projection conique conforme de Lambert à deux parallèles sécants sont donc les latitudes des deux parallèles automécoïques, et la longitude du méridien central. L'image du méridien central apparaît comme une verticale dans le plan de projection et elle correspond à l'axe des ordonnées des coordonnées cartésiennes. Ce dernier passe par l'image du sommet du cône, soit le centre de projection, où il croise perpendiculairement l'axe des abscisses.

Dans cette disposition, on conçoit que la plus grande partie, voire toute la surface terrestre projetée se verra affectée d'ordonnées négatives (en dessous de l'axe des abscisses) et, pour moitié, d'abscisses négatives (à gauche de l'image du méridien central). Pour éviter des coordonnées planes négatives, on procède au terme de la projection à une double translation, en abscisse et en ordonnée, de manière à ramener tout le territoire projeté dans le premier quadrant trigonométrique. Les deux translations, exprimées en unités de terrain, déterminent une fausse origine en dessous à gauche du territoire cartographié (figure 11).

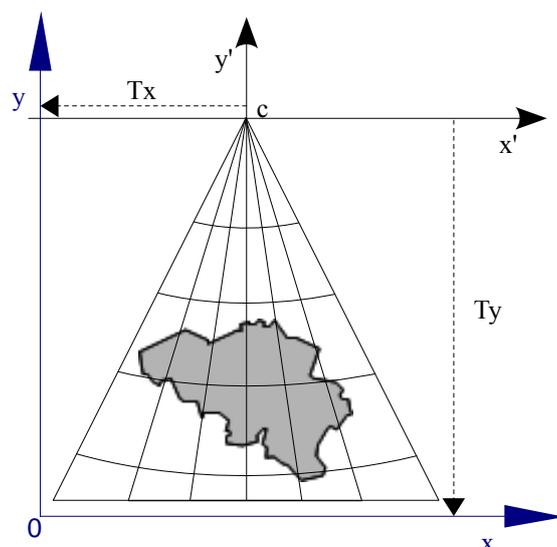


Figure 11. Principe de la fausse origine (0) positionnée par une double translation, en abscisse (Tx) et en ordonnée (Ty), vis-à-vis du centre de projection (c) et permettant d'obtenir des coordonnées cartographiques (x, y) strictement positives.

4.4 Lambert belge 1950

Dès le moment où le nouveau réseau géodésique de l'après-guerre est mis en place (BD50), l'IGM entame la production de ses nouvelles séries de cartes topographiques (échelle de base 1:25.000) en appliquant la projection conique conforme sécante de Lambert. Le méridien central de la projection utilisée avant-guerre (Bonne), soit celui passant par l'observatoire de Bruxelles de l'époque ($4^{\circ} 22' 04,71''$ E), est conservé. Les deux parallèles automécoïques sont largement espacés et fixés aux bordures méridionale et septentrionale du territoire national ($49^{\circ}50'$ N et $51^{\circ}10'$ N). Les translations fixant la position de la fausse origine sont respectivement de 5.400.000,000 m en ordonnée et de 150.000,000 m en abscisse au départ de l'image du sommet du cône, soit l'image du pôle dans le cas de la projection Lambert conique conforme (Marchant 1950).

Système géodésique	Belgium Datum 1950
Ellipsoïde	International 1924
Latitude origine	90° N
Longitude du point fondamental (du méridien central)	$4^{\circ} 22' 04,71''$ E
1er parallèle sécant	$49^{\circ} 50'$
2e parallèle sécant	$51^{\circ} 10'$
Fausse origine – translation en abscisse	-150.000 m
Fausse origine – translation en ordonnée	-5.400.000 m

Tableau 4. Paramètres de la projection Lambert belge 1950.

4.5 Lambert belge 1972

Comme on l'a mentionné précédemment, le réseau géodésique a été sensiblement amélioré durant les années 1960, pour aboutir au système BD72. A priori, il n'y avait pas lieu de modifier les

paramètres de la projection utilisée pour la production des cartes topographiques. Mais entre-temps le point fondamental du réseau a changé de place. Situé désormais à l'Observatoire Royal d'Uccle (4° 21' 24,983" E), il engendre un changement du méridien central de la projection et des modifications sensibles dans les coordonnées cartographiques obtenues après projection. Pour limiter l'amplitude des changements, l'I.G.N. a choisi de conserver au point fondamental les mêmes coordonnées cartésiennes que celles que cette position avait dans la projection Lambert 1950. Cela est rendu possible, soit en modifiant légèrement la formulation originale de la projection conique conforme de Lambert (I.G.N. 1989), soit, si l'on souhaite conserver la formulation classique, en modifiant légèrement la valeur du méridien central, celles les latitudes des parallèles automécoïques et les valeurs de la double translation sur la fausse origine (Van Craenenbrouck 1994). Le tableau 5 reprend ces paramètres « modifiés » de la Lambert belge 1972, permettant l'usage des formules classiques de la projection conique conforme de Lambert à deux parallèles sécants.

Système géodésique	Belgium Datum 1972
Ellipsoïde	International 1924
Latitude origine	90° N
Longitude du point fondamental (du méridien central)	4° 22' 02,952" E
1er parallèle sécant	49° 50' 00,00204"
2e parallèle sécant	51° 10' 00,00204"
Fausse origine – translation en abscisse	-150.000,013 m
Fausse origine – translation en ordonnée	-5.400.088,438 m

Tableau 5. Paramètres de la projection Lambert belge 1972.

La qualité du réseau BD72 et l'avènement des outils numériques de rédaction cartographique permettent à l'I.G.N. d'envisager la production de nouvelles séries cartographiques (échelle de base 1:10.000) à partir de 1989. La projection Lambert belge 1972 reste utilisée sans modification, et la totalité de la couverture nationale est clôturée en 2008.

4.6 Lambert belge 2008

Dès le moment où le programme EUREF permettait la construction du réseau géodésique international ETRS89, précis et de surcroît compatible avec le système WGS84 des systèmes de positionnement par satellites, il était naturel de le prendre en considération dans le cadre des projections cartographiques nationales et européennes. Depuis quelques années, tous les pays concernés ont ainsi défini de nouveaux paramètres de projection, tandis que l'Union Européenne recommandait en plus le recours à trois projections, distinctes selon les échelles utilisées, reposant également sur le système ETRS89.

En Belgique, dès le système BEREf complété, l'I.G.N. propose une nouvelle déclinaison de la Lambert belge où les coordonnées du méridien central (Observatoire Royal) et des parallèles automécoïques (49° 50' N et 51°10' N) sont cette fois définis sur l'ellipsoïde global GRS80, associé à ETRS89.

Dans une première version (Lambert belge 2005), les translations définissant la fausse origine, depuis la position de l'Observatoire Royal, sont d'abord augmentées d'un kilomètre dans les deux

directions pour distinguer les nouvelles coordonnées cartographiques de celles de la Lambert belge 1972. L'expérience ayant montré que cet écart n'était pas suffisant pour lever les ambiguïtés entre l'ancien et le nouveau système, ce sont 499 km supplémentaires qui sont ajoutés aux deux translations dans la version de la Lambert belge 2008 (soit 500 km vis-à-vis de la Lambert belge 1972). Un tel écart dépassant les dimensions du pays tant en abscisse qu'en ordonnée, il n'y a plus de confusion possible entre les deux systèmes de coordonnées cartographiques. La nouvelle projection est désormais appliquée à l'infrastructure d'informations topo-géographiques de l'IGN et à la production des cartes topographiques, nouvelles et mises à jour.

Système géodésique	BEREF
Ellipsoïde	GRS80
Latitude origine	50° 47' 52,134" N
Longitude origine (méridien central)	4° 21' 33,177" E
1 ^{er} parallèle sécant	49° 50' N
2 ^e parallèle sécant	51° 10' N
Fausse origine – translation en abscisse	-649.328 m
Fausse origine – translation en ordonnée	-665.262 m

Tableau 6. Paramètres de la projection Lambert belge 2008.

5 Conclusion

En dehors des milieux professionnels, la projection Lambert belge 2008 appliquée au système géodésique BEREF est encore assez peu connue, car peu de cartes ont été publiées depuis son adoption définitive par l'IGN. Lors du lancement de l'Atlas national de Belgique, le système BD72 et la projection Lambert belge 1972 constituaient toujours les seuls référentiels officiels, ce qui explique que la version imprimée de l'Atlas les utilise. La version numérique de l'Atlas, par contre, exploite les nouveaux référentiels BEREF et Lambert 2008.

Toutes les projections évoquées étant conformes et l'échelle de publication et a fortiori celle de visualisation sur écran étant très petites, l'usage de l'une ou l'autre de ces projections n'a aucune incidence quant à la forme et l'extension du territoire. Seules, les coordonnées planes cartographiques, dans lesquelles sont exprimées les limites des entités administratives exploitées par le logiciel de cartographie, doivent impérativement être définies en Lambert belge 2008 pour assurer la cohérence de l'application.

Notons enfin que l'IGN fournit sur son site Internet les coordonnées dans tous les systèmes de référence utiles de l'ensemble des points du réseau géodésique national, à raison d'une fiche par point (I.G.N. 2012a). Sur le même site, il est possible de télécharger un logiciel pratique intitulé « Convert », permettant d'effectuer toutes les conversions voulues entre référentiels géodésiques et/ou projections en usage en Belgique, soit de façon interactive, soit en traitement par lots (I.G.N. 2012b).

Bibliographie

- Boucher, C. et Z. Altamimi (1992). *The EUREF Terrestrial Reference System and its first realizations*. EUREF Meeting, Bern, March 4-6, 2012:
- Craymer, M. R. (2006). "The evolution of NAD83 in Canada". *Geomatica* **60**(2): 151-164.
- D.M.A. (1987). *Department of Defence World Geodetic System 1984. Its definition and relationships with local geodetic systems*. 8350.2. Defence Mapping Agency, Washington D.C., 170 p.
- D.M.A. (1989). *The Universal Grids : Universal Transverse Mercator (UTM) and Universal Polar Stereographic (UPS) Technical Manual*, 8358.2. Defence Mapping Agency, Fairfax (VA), 49 p.
- Donnay, J.-P. (1997). *Cartographie mathématique*. Université de Liège, Liège, 270 p.
- I.G.N. (1989). *Systèmes de référence et formules de transformation en usage en Belgique*. D. d. I. Géodésie. Institut Géographique National, Bruxelles, 48 p.
- I.G.N. (2012a). *Documentation géodésique*. Retrieved 6 mai 2012, from http://www.ngi.be/gdoc/default_fr.htm.
- I.G.N. (2012b). *Programme général de transformation de coordonnées*. Retrieved 6 mai 2012, from <http://www.ngi.be/FR/FR4-4.shtm>.
- I.U.G.G. (1979). "XVII I.U.G.G. General Assembly". *Journal of Geodesy* **53**(3): I-IV.
- INSPIRE (2009). *D2.8.I.1 INSPIRE Specification on Coordinate Reference Systems - Guidelines*. V. d. B. f. K. u. Geodäsie, Francfort, p.
- Marchant, R. (1950). *Tables numériques de la projection Lambert belge*. Institut Géographique Militaire, Bruxelles, 60 p.
- Petit, G. et B. Luzum (2010). *IERS Conventions (2010)*. IERS Technical Note. V. d. B. f. K. u. Geodäsie, Francfort, 179 p.
- Snyder, J. P. (1987). *Map Projections. A Working Manual*. Professional Paper, 1395. U. S. G. Survey. Washington D.C., 383 p.
- Strang van Hees, G. (2006). *Globale en lokale geodetische systemen*. Nederlandse Commissie voor Geodesie, Delft, 84 p.
- Van Craenenbrouck, J. P. (1994). "Formulation standardisée de la représentation cartographique de Lambert en usage en Belgique par la définition d'un nouveau méridien central". *Bulletin de la Société Belge de Photogrammétrie, Télédétection et Cartographie* **193-194**: 111-125.